

Q1 : Pourquoi les bulles que vous soufflez sont-elles toujours sphériques ?

Une des lois universelles de la nature est celle du principe de moindre action (posée par le savant Maupertuis (1698-1759) au 17^e siècle), que l'on formulera dans le cas présent de la manière suivante : **la nature favorise la forme nécessitant la dépense énergétique minimale.**

La bulle contient une quantité d'air donnée (celle que vous avez donnée en soufflant) occupant donc un volume donné.

L'énergie nécessaire à la cohésion de la bulle (énergie de tension superficielle entre les molécules constituant les parois de la bulle) est d'autant plus faible que la surface de la bulle est petite.

La bulle doit donc adopter parmi toutes les formes du volume donné, celle présentant la plus petite surface : les mathématiciens répondent qu'il s'agit de la sphère.

Pour s'en convaincre, prenons l'exemple élémentaire suivant : soit un volume V de 4 cm^3 . Calculons les surfaces d'une sphère et d'un cube de volume égal à 4 cm^3 et comparons-les (cf. encadré).

<p><u>Pour une sphère de rayon R :</u></p> <p>La surface S_1 est donnée par la formule : $S_1 = 4 \pi R^2$ Le volume V_1 est donné par la formule : $V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3$</p> <p><u>Pour la sphère de volume 4 cm^3 :</u> $V_1 = 4 \text{ cm}^3$ étant le volume de la sphère de rayon R $\frac{4}{3} \cdot \pi R^3 = 4$</p> <p>On en déduit alors :</p> $R = \sqrt[3]{\frac{3V_1}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}$ <p>La surface S_1 de la sphère, donnée par la formule $S_1 = 4 \pi R^2$, est alors égale à : $S_1 = 4 \pi \left(\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}} \right)^2 \approx 12 \text{ cm}^2$</p>	<p><u>Pour un cube d'arête a :</u></p> <p>La surface S_2 est donnée par la formule : $S_2 = 6 a^2$ Le volume V_2 est donné par la formule : $V_2 = a^3$</p> <p><u>Pour le cube de volume 4 cm^3 :</u> $V_2 = 4 \text{ cm}^3$ étant le volume du cube de côté a,</p> $a^3 = 4$ <p>On en déduit alors :</p> $a = \sqrt[3]{4}$ <p>La surface du cube, donnée par la formule $S_2 = 6 a^2$, est alors égale à : $S_2 = 6 \times (\sqrt[3]{4})^2 \approx 15 \text{ cm}^2$</p>
--	--

On vérifie bien sur cet exemple que pour un même volume de 4 cm^3 , la surface de la sphère est plus petite que celle du carré.

La théorie mathématique permettant en particulier de prouver que, de toutes les figures de l'espace d'un même volume donné, la sphère est celle présentant la plus petite surface, relève d'une branche des mathématiques nommée « *calcul des variations* ». Initiée au 18^{ème} siècle par le grand mathématicien de cette époque Leonhardt Euler (1707-1783), elle a mis à profit le nouveau calcul élaboré au siècle précédent par les savants Isaac Newton(1642-1727) et Gottfried Wilhelm Leibniz(1646-1716), et appelé à l'époque « *calcul infinitésimal* ».